

Rechenmethoden

Situierung halbschriftliches und schriftliches Rechnen

Man unterscheidet vier Rechenmethoden: Kopfrechnen, halbschriftliche Strategien, schriftliche Verfahren und Rechnen mit dem Taschenrechner. Angesichts der unterrichtlichen Möglichkeiten und der Anforderungen an Schulabgängerinnen und -abgänger ist eine Gewichtung - auch im Zusammenhang mit dem Lehrplan 21 - innerhalb des Gesamtkonzepts nötig.

Kopfrechnen

Zum Kopfrechnen gehören das Rechnen mit kleinen Zahlen (insbesondere das Einspluseins und das Einmaleins) und das Rechnen mit runden und grossen Zahlen. Als eigene Rechenmethode ist es erst Ende des 17. Jahrhunderts verstanden und gelehrt worden. Beim Kopfrechnen erfolgen alle Schritte zur Lösung einer Aufgabe im Kopf, ohne dass dabei Notizen gemacht werden.

Halbschriftliches Rechnen

Das halbschriftliche Rechnen beruht auf einer Zerlegung der Zahlen und einer schrittweisen Berechnung des Ergebnisses unter freier Ausnutzung der Rechengesetze. Man kann es als eine Vorform der Algebra betrachten. Historisch ist es sehr alt. Die Rechnungen in den ältesten Keilschriften sind ihrer Natur nach halbschriftlich.

$$\begin{array}{r} 435 + 389 = 700 + 110 + 14 = 824 \\ 400 + 300 \\ 30 + 80 \\ 5 + 9 \end{array}$$

$$365 \cdot 24$$

.	300	60	5	
20	6000	1200	100	7300
4	1200	240	20	1460
				8760

Schriftliche Rechenverfahren

Das schriftliche Rechnen wurde von den Indern und Arabern im ersten Jahrtausend entwickelt. Leonardo von Pisa, genannt Fibonacci, hat es auf einer Reise in den Orient kennengelernt und mit seinem Buch «Liber abaci» um 1230 nach Europa gebracht. Adam Riese (1492 - 1559) verdanken wir die Verbreitung im deutschen Sprachraum. Wegen seines heidnischen Ursprungs wurde das schriftliche Rechnen heftig bekämpft und musste sich erst in einem jahrhundertelangen Kampf gegen das «Rechnen auf den Linien» durchsetzen.

Mechanisches Rechnen

Dieses «Rechnen auf den Linien» gehört zum Typ des mechanischen Rechnens. Seit dem Altertum bildete der Abakus, ein Rechenbrett mit unterschiedlicher Einteilung zur dezimalen Darstellung von Zahlen, die Grundlage des praktischen Rechnens mit Rechensteinen. Andere mechanische Rechengeräte mit Holzperlen auf Eisen- oder Holzstiften und speziellen Abteilungen für «Fünferperlen» werden heute noch in Asien verwendet. Die zeitgemässe Form des mechanischen Rechnens sind aber natürlich elektronische Taschenrechner. Sie arbeiten automatisch. Nach Eingabe der Zahlen und der Rechenoperation zeigen sie das Ergebnis der Rechnung an, während beim mechanischen Holzperlen-Abakus die nötigen Operationen mit der Hand vorgenommen werden müssen.

Vergleich: Kopfrechnen - halbschriftliches Rechnen - schriftliches Rechnen

Im Vergleich zeigt sich, dass das Kopfrechnen auf Zahlvorstellungen und der geschickten Zerlegung in Teilaufgaben beruht, deren Ergebnisse im Kopf bis zum Endresultat weiterverarbeitet werden. Dabei wird nicht nur die Rechenfähigkeit, sondern auch das Gedächtnis beansprucht.

Das halbschriftliche Rechnen arbeitet ebenfalls mit Zahlvorstellungen und Zerlegungen. Die Teilergebnisse werden aber aufgeschrieben, wodurch Rechnungen mit grösseren Zahlen möglich werden, die man im Allgemeinen nicht im Kopf rechnet. Beim halbschriftlichen Rechnen treten Rechengesetze deutlicher als beim Kopfrechnen hervor. Es gibt unterschiedliche Rechenwege. Wer rechnet, kann selber über die Anwendung der Gesetze entscheiden. Die Ergebnisse entstehen beim halbschriftlichen Rechnen Zahl für Zahl. Beim obigen Beispiel wird 365 in die Zahlen 300, 60 und 5 aufgeteilt. Das erste Teilergebnis ($300 \cdot 20 = 6000$) liegt bereits nicht allzu weit vom Endergebnis 8760 entfernt.

Das schriftliche Rechnen ist ein Rechnen mit Ziffern. Das Endresultat entsteht anders als bei den halbschriftlichen Verfahren nicht Zahl für Zahl, sondern Ziffer für Ziffer. Die schriftlichen Verfahren sind Algorithmen, d.h. die einzelnen Rechenschritte und ihre Abfolge sind genau festgelegt. Zur Durchführung der schriftlichen Verfahren müssen das Einspluseins und das Einmaleins sowie ihre Umkehrungen «automatisiert» sein. Ein besonderes Zahlenverständnis ist jedoch nicht erforderlich.

Zur Bedeutung der Rechentypen

Die traditionelle Rechendidaktik hat die schriftlichen Rechenverfahren zweifellos als Krönung und Höhepunkt des Rechenunterrichts betrachtet und alles andere diesem einen Ziel untergeordnet. Heute sind eine neue Gewichtung der Rechentypen und eine entsprechende Synthese in ein neues Gesamtkonzept erforderlich.

1. Das Algorithmische ist nur ein Teilaspekt der Mathematik. Weite Bereiche der Mathematik, insbesondere auch in der Arithmetik, Algebra und Geometrie kommen ohne Algorithmen aus.
2. Gewiss spielen in der Mathematik Rechengesetze, Regeln und Formeln eine überragende Rolle. Wie sie verwendet werden, ist aber nicht vorgeschrieben. Der Erfolg beim Mathematisieren, Problemlösen, Entdecken von Mustern und dem Begründen hängt entscheidend gerade von dieser Freiheit in der Anwendung der Regeln ab.
3. Die schriftlichen Rechenverfahren sind im Mittelalter populär geworden und haben später Eingang in die Elementarschule gefunden, weil ein riesiger Bedarf an menschlichen Rechnern bestand. Heute werden für Routinerechnungen nur noch Computer eingesetzt. Im praktischen Leben werden elektronische Hilfsmittel (Taschenrechner, Smartphone, ...) eingesetzt. Untersuchungen bei Erwachsenen zeigen, dass sie, wenn sie in ihrem Berufsleben schriftlich rechnen müssen, in hohem Masse andere Verfahren benutzen, als diejenigen, die in der Schule gelernt wurden. Der zeitliche Aufwand für das Automatisieren von schriftlichen Rechenverfahren (besonders bei der Division) steht in keinem Verhältnis zum Ertrag und ist heute kaum mehr gerechtfertigt.
4. Die Herabstufung der schriftlichen Rechenverfahren bedeutet keineswegs eine Absage an das Rechnen, weil andere Rechentypen gleichzeitig aufgewertet werden. Dies betrifft besonders das halbschriftliche Rechnen, das einerseits zu Zahlentheorie und Algebra führt und andererseits die praktische Anwendung des Rechnens auf Sachsituationen fördert. Mit dem halbschriftlichen Rechnen lassen sich auch die allgemeinen Lernziele wie Mathematisieren, Entdecken, Begründen und Formulieren entwickeln.

Literatur

Wittmann Ch., Müller G.N.: Handbuch produktiver Rechenübungen. Stuttgart, Klett, Band 1 (1990) und Band 2 (1992)
Wittmann Erich Ch.: Die Zukunft des Rechnens im Grundschulunterricht (Vortragsskript)

Luzern, Juli 2018/TRI

173682