Halbschriftliche Rechenstrategien

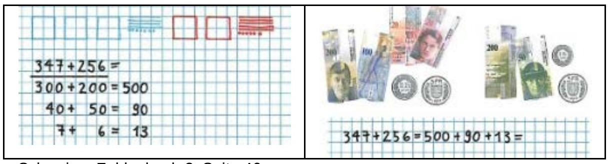
Übersicht und Erklärungen der wichtigsten halbschriftlichen Rechenstrategien

Halbschriftliche Addition

a) Stellenwert extra

<table>
<tr><th>Beispiele</th><th>Hinweise</th></tr>
<tr><td>364 + 515 = 800 + 70 + 9 = 879
300 + 500 = 800
60 + 10 = 70
4 + 5 = 9

586 + 237 = 700 + 110 + 13 = 823
500 + 200 = 700
80 + 30 = 110
6 + 7 = 13</td><td>Das Verständnis für die Stellenwerte im Dezimalsystem steht im Zentrum der Rechenstrategie „Stellenwert extra“. Die Aufgabe wird in „Stellenwertpakete“ eingeteilt und schrittweise berechnet. Konkrete Materialien (z.B.: Systemblöcke, Streifen, Plättchen und Rechengeld), die Stellenwerttafel und Darstellungen zu der Stellenwerten können die Rechenstrategie „Stellenwert extra“ unterstützen.



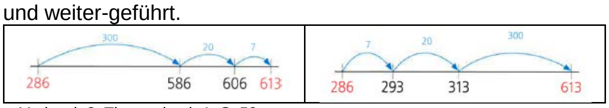
Schweizer Zahlenbuch 3, Seite 46

Die Rechenstrategie „Stellenwert extra“ bildet die Grundlage für das Verständnis der schriftlichen Addition.</td></tr>
</table>

b) Schrittweise

<table>
<tr><th>Beispiele</th><th>Hinweise</th></tr>
<tr><td>364 + 515 = 879
364 + 500 = 864
864 + 10 = 874
874 + 5 = 879

586 + 237 = 823
786 + 30 = 816
816 + 7 = 823</td><td>Es wird vom ersten Summand ausgehend weitergerechnet. Konkret wird die Arbeit mit dem Rechenstrich aufgenommen und weiter-geführt.



Mathwelt 2, Themenbuch 1, S. 59

Die Strategie „Schrittweise“ lässt sich auch flexibel anwenden. Es können auch zuerst die Einer, dann die Zehner und dann die Hunderter addiert werden. Es ist auch möglich, bereits mit dem ersten Schritt die Hunderter zu addieren und dann schrittweise die Zehner und Einer zu addieren.</td></tr>
</table>

c) Vereinfachen

<table>
<tr><th>Beispiele</th><th>Hinweise</th></tr>
<tr><td>199 + 216 = 415
200 + 215

368 + 157 + 232 + 66 = 820 + 3 = 823
370 + 230 + 160 + 60</td><td>Die Beispiele zeigen, dass bei der Strategie „Vereinfachen“ die Summanden ausgeglichen werden (z.B.: +1, -1; +2, -2; +10, -10; usw.). Es ist sinnvoll auf- oder abzurunden, um die Addition zu vereinfachen. Die Rechenstrategie „Vereinfachen“ nutzt die Konstanz der Summe. Diese Rechenstrategie lässt sich auch auf mehrere Summanden anwenden.</td></tr>
</table>

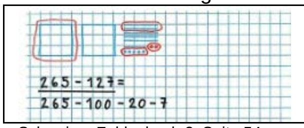
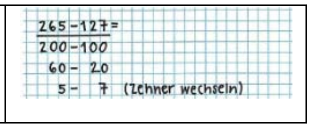
d) Hilfsaufgabe

<table>
<tr><th>Beispiele</th><th>Hinweise</th></tr>
<tr><td>390 + 245 = 645 – 10 = 635
400 + 245 = 645

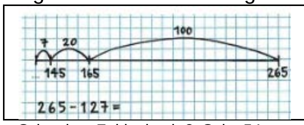
293 + 395 = 700 – 7 – 5 = 688
300 + 400 = 700</td><td>Bei dieser halbschriftlichen Rechenstrategie wird eine „Hilfsaufgabe“ verwendet. Unter der zu lösenden Aufgabe bzw. unter dem Strich wird nicht der Rechenweg notiert, sondern die gewählte Hilfsaufgabe.</td></tr>
</table>

Halbschriftliche Subtraktion

a) Stellenwert extra

Beispiele	Hinweise
967 - 536 = 400 + 30 + 1 = 431 900 - 500 = 400 60 - 30 = 30 7 - 6 = 1 732 - 459 = 300 - 20 - 7 = 273 700 - 400 = 300 30 - 50 = -20 2 - 9 = -7	Die Stellenwertpakete werden einzeln betrachtet und die Differenz berechnet. Als besondere Schwierigkeit zeigt sich bei der Strategie „Stellenwert extra", wenn der Subtrahent grösser ist als der Minuend. Bei dieser Vorgehensweise geht es jedoch nicht um eine vorgezogene Einführung der negativen Zahlen, sondern um die Notation des Rechenweges. Vergleichbar der Addition können hier Anschauungsmittel (z.B.: Systemblöcke, Hundertertafel, Rechengeld, …) das Verständnis der Rechenstrategie aufbauen und unterstützen.   Schweizer Zahlenbuch 3, Seite 54 Die Rechenstrategie „Stellenwert extra" bildet die Grundlage für das Verständnis der schriftlichen Subtraktion.

b) Schrittweise

Beispiele	Hinweise
967 - 536 = 431 967 - 500 = 467 467 - 30 = 437 437 - 6 = 431 732 - 457 = 275 732 – 7 = 725 332 – 50 = 675 282 – 400 = 275	Schrittweise wird der Subtrahent vom Minuend subtrahiert. Die Vorgehensweise des Rechenstrichs wird bei dieser Strategie aufgenommen und weitergeführt.  Zuerst minus 100, dann minus 20 und am Schluss minus 7. Oder: -7, - 20, - 100 Schweizer Zahlenbuch 3, Seite 54 Die Rechenstrategie „Stellenwert extra" bildet die Grundlage für das Verständnis der schriftlichen Subtraktion.

c) Vereinfachen

Beispiele	Hinweise
573 - 179 = 394 574 - 180 594 - 200	Die Rechenstrategie „Vereinfachen" verlangt ein gutes Zahlverständnis. Minuend und Subtrahent werden ausgeglichen (z.B.: +1, -1; +2, -2; +10, -10; usw.) und so wird die Aufgaben vereinfacht gelöst. Wie bei der Konstanz der Summe bei der halbschriftlichen Addition geht es hier bei der halbschriftlichen Subtraktion um die Konstanz der Differenz. Der Rechenweg wird unter dem Strich angegeben und so nachvollziehbar.

d) Hilfsaufgabe

Beispiele	Hinweise
647 – 191 = 447 + 9 = 438 647 – 200 = 447 498 – 305 = 195 – 2 = 193 500 – 305 = 195	Um die Subtraktion zu vereinfachen, wird eine Hilfsaufgabe gewählt. Die Strategie „Hilfsaufgabe" kann auch als Variante des Vereinfachens angesehen werden.

e) Ergänzen

Beispiele	Hinweise
537 – 389 = 11 + 100 + 37 = 148 400 500 537	Ausgehend vom Subtrahent wird bis zum Minuend ergänzt. Man könnte auch sagen, es wird „rückwärts aufgefüllt" oder eben ergänzt. Diese Rechenstrategie nimmt die grundsätzliche Deutung des Ergänzens bei der Subtraktion auf.

Halbschriftliche Multiplikation

a) Stellenwert extra - mit und ohne Malkreuz

Beispiele

Stellenwert extra ***mit*** Malkreuz

23 · 17

·	20	3	
10	200	30	230
7	140	21	161
	340	51	<u>391</u>

Stellenwert extra ***ohne*** Malkreuz

<u>23 · 17</u> = 200 + 140 + 30 + 21 = <u>391</u>
20 · 10
20 · 7
3 · 10
3 · 7

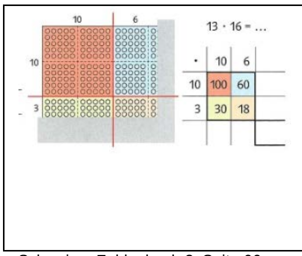
Stellenwert extra ***mit*** Malkreuz
bei Dezimalzahlen (mit vier Wertziffern)

6.5 · 4.3

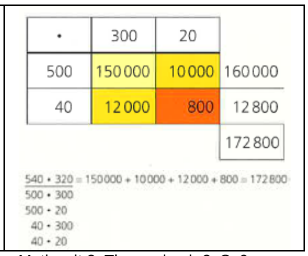
·	6	0.5	
4	24	2.0	26
0.3	1.8	0.15	1.95
			<u>27.95</u>

Hinweise

Das Malkreuz ist die wichtigste halbschriftliche Strategie bei der Multiplikation. Mit dem Malkreuz zerlegt man die beiden Faktoren in die entsprechenden Stellenwerte. Dies ergibt sich aus der distributiven Zerlegung eines Punktefeldes. Die erforderlichen Teil-resultate werden im Malkreuz gut sichtbar und könnten mit Punktefeldern sehr gut dargestellt werden. Bei der Strategie „Stellenwert extra ohne Malkreuz“ vergessen die Schülerinnen und Schüler häufig eine Teilaufgabe. Das Schlussresultat kann zeilen- oder spaltenweise berechnet werden und man gelangt zum Schlussresultat.



Schweizer Zahlenbuch 3, Seite 66



Mathwelt 2, Themenbuch 2, S. 9

Das Beherrschen des kleinen Einmaleins und des Zehnereinmaleins sind Grundvoraussetzungen für eine sichere Anwendung der Strategie „Stellenwert extra mit oder ohne Malkreuz“.

Das Malkreuz kann als sehr sicheres Werkzeug für die Multiplikation von Zahlen mit vier- oder fünf Wertziffern angesehen werden. Im Gegensatz zum Verfahren der schriftlichen Multiplikation werden beim Malkreuz Zahlen und nicht Ziffern multipliziert. Dies ermöglicht ein anderes Zahlverständnis, baut die sehr wichtige Kompetenz des Abschätzens und Überschlagens von Zahlen auf und ist anschlussfähig bei binomischen Rechengesetzen.

b) Schrittweise

Beispiele

<u>23 · 41</u> = 820 + 123 = <u>943</u>
20 · 41
3 · 41

<u>17 · 13</u> = 170 + 51 = <u>221</u>
17 · 10
17 · 3

<u>18 · 30</u> = <u>540</u>
18 · 3 · 10

<u>54 · 8</u> = <u>432</u>
54 · 2 = 108
108 · 2 = 216
216 · 2 = 432

Hinweise

Je nachdem, was sich anbietet, ist es einfacher den ersten oder den zweiten Faktor unverändert zu belassen und den andern Faktor gemäss den Stellenwerten aufzuteilen. Im Gegensatz zum Malkreuz kann die Strategie „Schrittweise“ auch als Kopfrechen-strategie angewandt werden.

Ein anderer Weg der schrittweisen Multiplikation ergibt sich durch die Anwendung des Assoziativgesetztes a · (b · c) = (a · b) · c
Die wird bei Beispiel drei sichtbar.

Die fortlaufende Verdoppelung kann ebenfalls als schrittweise Rechenstrategie betrachten werden. Dies zeigt Beispiel vier.

c) Vereinfachen

Beispiele

<u>18 · 35</u> = <u>630</u>
9 · 70

<u>28 · 25</u> = <u>700</u>
14 · 50
7 · 100

Hinweise

Nach der Ideen, dass man den Faktor 1 mit einer Zahl multipliziert und den Faktor 2 mit der gleichen Zahl dividiert, lassen sich Multiplikationen häufig sehr gut vereinfachen. Mit andern Worten: Wenn man den Faktor 1 verdoppelt (oder verdreifacht), so muss Faktor 2 halbiert (gedrittelt) werden. Diese halbschriftliche Rechen-strategie beruht auf der Gesetzmässigkeit der Konstanz des Produkts: a · b = (a · c) · (b : c)

d) Hilfsaufgabe

Beispiele	Hinweise
$\underline{17 \cdot 19} = 340 - 17 = \underline{\underline{323}}$ 17 · 20 $\underline{17 \cdot 21} = 340 + 17 = \underline{\underline{357}}$ 17 · 20 $\underline{98 \cdot 6} = 600 - (6 \cdot 2) = 600 - 12 = \underline{\underline{588}}$ 100 · 6	Eine einfacher zu rechnende Hilfsaufgabe wird gewählt, um die Aufgabe zu berechnen. Auf diese Art und Weise können viele verschiedene Rechenstrategien genutzt werden.

Halbschriftliche Division

a) Schrittweise

Beispiele	Hinweise
587 : 17 = 34 Rest 9 587 170 : 17 = 10 Rest 417 170 : 17 = 10 Rest 247 170 : 17 = 10 Rest 77 34 : 17 = 2 Rest 43 34 : 17 = 2 Rest 9 587 : 17 = 34 Rest 9 587 510 : 17 = 30 Rest 77 68 : 17 = 4 Rest 9	Bei der schrittweisen Rechenstrategie wählt die Schülerin bzw. der Schüler einen einfacheren oder anspruchsvolleren Rechenweg. Je nach seinen Rechenfähigkeiten ist dies ein vorsichtiger Rechenweg (Bsp. 1) oder ein mutigerer Weg (Bsp. 2). Im Gegensatz zur schriftlichen Division geht es nicht um ein vorgeschriebenes Verfahren, sondern um ein individuelles, schrittweises Berechnen der Lösung. Die Beispiele zeigen, wie man die Schreibweise der schrittweisen Rechenstrategie umsetzen könnte.

b) Hilfsaufgabe

Beispiele	Hinweise
896 : 3 = 298 Rest 2 900 : 3 = 300 897 : 3 = 299 894 : 3 = 298 425 : 11 = 38 Rest 7 440 : 11 = 40 429 : 11 = 39 418 : 11 = 38 $\underline{3600 : 45} = \underline{\underline{80}}$ 3600 : 90 = 40 $\underline{506 : 4} = \underline{\underline{126\ R1}}$ 506 : 2 = 253 253 : 2 = 126 R1 $\underline{875 : 9} = \underline{\underline{97\ R2}}$ 900 : 9 = 100 891 : 9 = 99 882 : 9 = 98 873 : 9 = 97	Das Lösen von Aufgaben mit der Rechenstrategie Hilfsaufgabe ist anspruchsvoll und erfordert ein gutes Operationsverständnis. Im Umfeld des Dividenten sucht man ein Vielfaches des Divisors.

Halbschriftliche Rechenstrategien - Kompetenzbeschreibungen im Lehrplan 21

Im Lehrplan 21 werden die halbschriftlichen Rechenstrategien zu den Grundoperationen der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division bei vielen verschiedenen Kompetenzstufen erwähnt. Meist weist die Formulierung „mit Notieren eigener Rechenwege“ auf die Bedeutung der halbschriftlichen Rechenstrategien hin. Die halbschriftlichen Rechenstrategien sind auch gemeint, wenn im Lehrplan 21 von „Überschlagsrechnungen“ gesprochen wird. Ebenso wenn es um das Verständnis für mathematische Gesetzmässigkeiten geht (z.B. Assoziativ-, Kommutativ- und Distributivgesetz). Wie im DVS-Dokument „Lehrplan 21 - halbschriftliche Rechenstrategien und schriftliche Rechenverfahren“ detailliert beschrieben, hat sich die Bedeutung der halbschriftlichen Rechenverfahrung stark verändert. Alle halbschriftlichen Rechenverfahren müssen im Unterricht gezielt eingeführt, aufgebaut und geübt werden. Bei den schriftlichen Rechenverfahren sind nur die schriftliche Addition und Subtraktion relevant. Die Schnittstelle zum Einsatz von elektronischen Hilfsmitteln (Taschenrechner, PC, Smartphone) wird im Dokument „Einsatz von Taschenrechner/PC – Merkblatt für Lehrpersonen und Schulleitungen“ beschrieben.

Die nachfolgende Zusammenstellung zeigt die Beschreibung der Kompetenzstufen, die Bezug nehmen zu den halbschriftlichen Rechenstrategien.

Zahl und Variable; Operieren und Benennen	
Die Schülerinnen und Schüler …	
MA.1.A.3.d	… können beim Addieren und Subtrahieren Rechenwege notieren und Ergebnisse überprüfen.
MA.1.A.3.e	… können bis 4 Wertziffern im Kopf addieren (z.B. 320‘000 + 38‘000; 402 + 90). … können bis 4 Wertziffern multiplizieren (im Kopf oder mit Notieren eigener Rechenwege, z.B. 45 · 240). … können natürliche Zahlen durch einstellige Divisoren dividieren (im Kopf oder mit Notieren eigener Rechenwege, z.B. 231 · 7).
MA.1.A.3.f (Grundanspruch, Zyklus 2)	… können Dezimalzahlen bis 5 Wertziffern addieren und subtrahieren (im Kopf oder mit Notieren eigener Rechenwege, z.B. 308 · 52; 12 · 0.3)
MA.1.A.3.g (erweiterte Ansprüche)	… können Dezimalzahlen bis 5 Wertziffern multiplizieren und die Ergebnisse überprüfen (im Kopf oder mit Notieren eigener Rechenwege, z.B. 30.8 + 5.6)
MA.1.A.4.f	… können Produkte durch Verdoppeln und Halbieren umformen (z.B. 8 · 26 = 4 · 52 = 2 · 104) … können das Assoziativgesetz bei Summen und Produkten nutzen (z.B. 136 + 58 + 42= 136 + (58 + 42); 38 · 4 · 25 = 38 · (4 · 25))

Zahl und Variable; Erforschen und Argumentieren	
Die Schülerinnen und Schüler …	
MA.1.B.1.d	… suchen eigene Lösungswege und tauschen sie aus.
MA.1.B.2.f	… können Ergebnisse mit Überschlagsrechnungen überprüfen.
MA.1.B.2.g	… können Ergebnisse zu Grundoperationen durch Vereinfachen (z.B. 8 · 13 = 4 · 26 = 2 · 52), (…) überprüfen.

Zahl und Variable; Mathematisieren und Darstellen	
Die Schülerinnen und Schüler …	
MA.1.C.1.e	… können Rechenwege zu den Grundoperationen darstellen, austauschen und nachvollziehen (z.B. 35.7 + 67.8 in mehrere Summanden zerlegen und auf dem Rechenstrich darstellen).

Luzern, 31. Juli 2018/SCI

173684